УРОК 5

Тема: Симетрія відносно точки. Симетрія відносно прямої.

Підручник з математики для 9 класу с.174-181.

Доброго дня, шановні учні, сьогодні ви повинні сформувати поняття симетрії відносно точки; вивчити властивості симетрії відносно точки; сформувати вміння застосовувати вивчені означення і властивості до розв'язування задач.

Отож, давайте розпочнемо урок з перевірки домашньої роботи:

890. 1. При переміщенні ΔABC переходить у ΔA'B'C' (ΔABC → ΔA'B'C'). Значить A → A', B → B', C → C', тоді AC = A'C' = 3 см, BC = B'C' = 4 см, AB = A'B'.

2. За умовою ΔABC прямокутний і AC = 3 см, BC = 4 см, значить AB = 5 см за властивістю Єгипетського трикутника. Тоді A'B' = 5 см.

Відповідь: $\mathrm{AB} = 5$ см; $\mathrm{BC} = 4$ см; $\mathrm{AC} = 3$ см.

894. Так, буде, оскільки відповідно до означення перетворення (с.170):

1) Кожній точці X першого кола відповідає певна точка X' другого.

2) Кожна точка другого кола є образом деякої точки першого кола.

3) Різним точкам першого кола відповідають різні точки другого.

Теоретична частина

Поняття симетрії відносно точки

Перетворення фігур за допомогою переміщення має декілька видів. Сьогодні ми ознайомимося з перетворенням фігури за допомогою симетрії відносно точки.

Точки X і X_1 називаються симетричними відносно точки O, якщо точка O є серединою відрізка XX_1 (рис. 160).

Точка O називається центром симетрії. Перетворення фігури F на фігуру F_t, при якому кожна точка X фігури F переходить у точку X_1 фігури F_1, симетричну точці X відносно даної точки O, називається перетворенням симетрії відносно точки O. Фігури F і F_1 називаються центрально-симетричними (симетричними відносно точки O) (рис. 161).

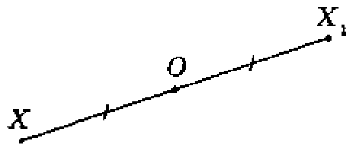

Рис. 160

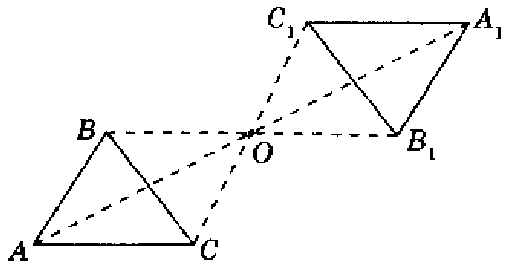

Рис. 161

Властивості симетрії відносно точки (центральної симетрії)

1) Перетворення симетрії відносно точки є переміщенням.

2) Перетворення симетрії відносно точки перетворює пряму на паралельну їй пряму або на себе; відрізок — на рівний і паралельний йому відрізок; многокутник — на рівний йому многокутник.

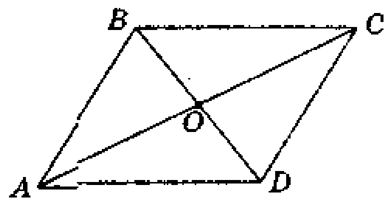

Рис. 162

3) Будь-яка пряма, що проходить через центр симетрії, відображається при цій симетрії на себе. Якщо перетворення симетрії відносно точки O переводить фігуру F (рис. 162) у себе, то вона називається центрально-симетричною, а точка O — центром симетрії.

Якщо точка $A(x;y)$ симетрична точці $B(x_1; y_1)$ відносно початку координат O, то виконуються умови $\begin{cases} x_1 = -x, \\ y_1 = -y. \end{cases}$

Поняття симетрії відносно прямої

Точки X і X_1 називаються симетричними відносно прямої l, якщо пряма l є серединним перпендикуляром до відрізка XX_1 (рис. 163), тобто якщо $OX = OX_1$ і $l \perp XX_1$.

Перетворення фігури F на фігуру F_1, при якому кожна точка X фігури F переходить у точку X_1 фігури F_1, симетричну їй відносно даної прямої l, називається перетворенням симетрії відносно прямої l або осьовою симетрією (рис. 164). При цьому фігури F і F_1 називаються симетричними відносно прямої l, а пряма l — віссю симетрії.

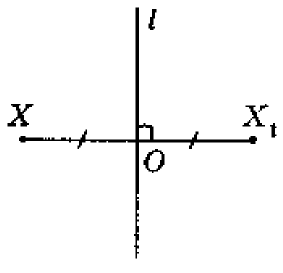

Рис. 163

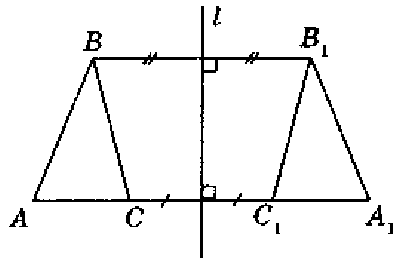

Рис. 164

Властивості осьової симетрії

1) Перетворення осьової симетрії є переміщенням.
2) Осьова симетрія перетворює пряму на пряму; відрізок — на відрізок; многокутник — на рівний йому многокутник.
3) Точки, що належать осі симетрії, відображаються самі на себе.
4) Якщо точки $M(x; y)$ і $N(x_1; y_1)$ симетричні (рис. 165) відносно:

а) осі *Ox,* то виконується умова $\begin{cases} x_1 = x, \\ y_1 = -y; \end{cases}$

б) осі *Oy,* то виконується умова $\begin{cases} x_1 = -x, \\ y_1 = y. \end{cases}$

Якщо перетворення симетрії відносно прямої *l* переводить фігуру *F* у себе, то ця фігура називається симетричною відносно прямої *l,* а пряма *l* — називається віссю симетрії (рис. 166).

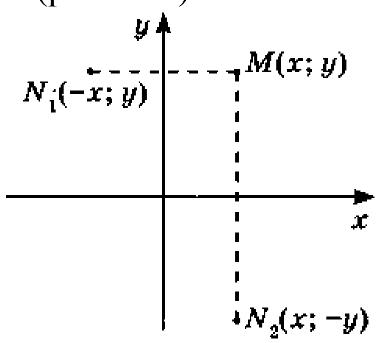

Рис. 165

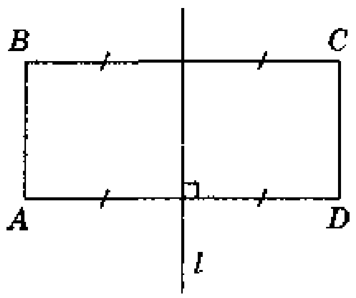

Рис. 166

Практична частина

Виконаємо вправи з підручника:

911. **Серед точок $A(-2; 3)$, $B(2; 3)$, $C(-2; -3)$, $D(2; -3)$ укажіть пари точок, які симетричні відносно початку координат.**

Розв'язання

Координати точок, симетричних відносно початку координат, протилежні. Отже, симетричні точки: A і D, B і C.

919. **Запишіть рівняння кола, яке симетричне колу $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$ відносно:**
1) початку координат; 2) точки $O(-1; 5)$.

Розв'язання

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 16$$

1) $(0; 0)$ – *центр симетрії, середина відрізка OO'. Точка, симетрична центру* $(2; -3)$ *має координати* $(-2; 3)$. *Тоді шукане коло має рівняння:*

$$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$$

2) *Точка O – середина відрізка між центрами кіл. Нехай центр симетричного*

даному колу має координати $(x; y)$. *Тоді* $\frac{2+x}{2} = -1$

$$x = -4$$

$$\frac{-3+y}{2} = 5$$

$$y = 13$$

Рівняння шуканого кола: $(x+4)^2 + (y-13)^2 = 16$

932. Серед точок $A(-2; 5)$, $B(-2; -5)$, $C(2; 5)$, $D(2; -5)$ укажіть пари точок, симетричних відносно осі ординат.

Розв'язання

Точки, симетричні відносно осі ординат мають однакові ординати і протилежні абсциси: A і C, B і D.

937. Знайдіть x і y, якщо точки $A(x; -2)$ і $A'(3; y)$ симетричні відносно:
1) осі абсцис; 2) осі ординат.

Розв'язання

1) Нехай точки A і A' симетричні відносно осі абсцис, тоді $AA' \perp OX$ і точка перетину відрізку AA' з віссю абсцис є його серединою. Тому абсциси точок A і A' рівні, а ординати – протилежні. Отже $x = 3, y = 2$.
2) $x = -3, y = -2$

І в завершенні уроку дайте усно відповіді на питання:

1) Яке перетворення фігури називається переміщенням?

2) Доведіть, що під час руху точки, які лежать на прямій, переходять у точки, які також лежать на прямій, і зберігається порядок їх взаємного розміщення.

3) У що переходять прямі, півпрямі, відрізки при переміщенні?

4) Доведіть, що при переміщенні зберігаються кути.

5) Периметри двох ромбів рівні. Чи випливає з цього, що і ромби рівні?

6) Периметри двох квадратів рівні. Чи рівні квадрати?

Домашнє завдання

1. Вивчити теоретичний матеріал з підручника 9-ого класу Істер на

с.174-181.

2. Розв'язати вправи: №908, №910

Бажаю успіхів! ☺